記号	数	番号	

検査Ⅳ　**数学解答例**

1　【各５点　計 35 点】

（1）	$(x^2+x+1)(x^2-x+1)$	（2）	$\dfrac{1}{9}$
（3）	$x<3$	（4）	$c_n=12n-1$
（5）	$(1,\ -1,\ 1)$	（6）	$2\sqrt{3}$
（7）	$y=ex-2$		

2　【８点】

$\theta=18°$ とすると，$5\theta=90°$ であるから，$2\theta=90°-3\theta$

$$\sin 2\theta=\sin(90°-3\theta)$$

$$\sin 2\theta=\cos 3\theta$$

$$2\sin\theta\cos\theta=4\cos^3\theta-3\cos\theta$$

$\cos\theta\neq 0$ であるから，

$$2\sin\theta=4\cos^2\theta-3$$

$$2\sin\theta=4\left(1-\sin^2\theta\right)-3$$

$$4\sin^2\theta+2\sin\theta-1=0$$

$\sin\theta>0$ より　　$\sin\theta=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{4}$

すなわち　$\sin 18°=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{4}$

記号	数	番号	

検査Ⅳ　**数学解答例**

3　【各６点　計 18 点】

（１）$\angle \mathrm{ABC} = \theta$ とおくと，

円に内接する四角形の性質より，$\angle \mathrm{ADC} = 180° - \theta$

$\triangle \mathrm{ABC}$ において，余弦定理より，

$\mathrm{AC}^2 = 6^2 + 4^2 - 2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot \cos\theta$

$= 52 - 48\cos\theta$　……　①

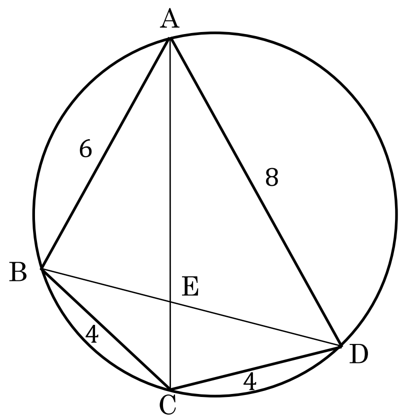
$\triangle \mathrm{ADC}$ において，余弦定理より，

$\mathrm{AC}^2 = 8^2 + 4^2 - 2 \cdot 8 \cdot 4 \cdot \cos(180° - \theta)$

$= 80 + 64\cos\theta$　……　②

①，②より　　$\cos\theta = -\dfrac{1}{4}$

また，①より　$\mathrm{AC} > 0$ であるから　$\mathrm{AC} = 8$



（２）AE：EC＝△ABD：△CBD

$\angle \mathrm{BAD} = \alpha$ とおくと，円に内接する四角形の性質より，$\angle \mathrm{BCD} = 180° - \alpha$

$\triangle \mathrm{ABD} = \dfrac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 \cdot \sin\alpha = 24\sin\alpha$　　$\triangle \mathrm{CBD} = \dfrac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \sin(180° - \alpha) = 8\sin\alpha$

よって，$\triangle \mathrm{ABD} : \triangle \mathrm{CBD} = 24\sin\alpha : 8\sin\alpha = 3 : 1$

すなわち　$\mathrm{AE} : \mathrm{EC} = 3 : 1$

したがって，　$\mathrm{EC} = \dfrac{1}{4}\mathrm{AC} = 2$

（３）（１）から　$\cos\theta = -\dfrac{1}{4}$　なので　$\sin\theta > 0$ より，$\sin\theta = \sqrt{1 - \left(-\dfrac{1}{4}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{15}}{4}$

$\triangle \mathrm{ABC} = \dfrac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 \cdot \dfrac{\sqrt{15}}{4} = 3\sqrt{15}$

$\triangle \mathrm{ABC} : \triangle \mathrm{BCE} = \mathrm{AC} : \mathrm{EC} = 4 : 1$ であるから，

$S = \dfrac{1}{4}\triangle \mathrm{ABC} = \dfrac{3\sqrt{15}}{4}$

記号	数	番号	

検査Ⅳ　数学解答例

4　【（1）5点（2）6点（3）7点　計18点】

（1）9個の文字のうち，Nが3個，Aが2個同じだから，

求める順列の総数は　$\dfrac{9!}{3!\,2!} = 30240$ 通り

（2）N以外の6文字の並べ方は　$\dfrac{6!}{2!} = 360$ 通り

並べた文字列の両端および文字間の7ヶ所から，

N3個を入れる場所の選び方は　${}_7C_3 = 35$ 通り

よって，求める場合の数は　$360 \times 35 = 12600$ 通り

（3）どの3つのNも隣り合わず，かつ2つのAが隣り合う並べ方 ……①　の総数を求める。

隣り合うＡＡをまとめてA′で表すと，

A′，G，O，K，Eの5文字の並べ方は　$5! = 120$ 通り

並べた文字列の両端および文字間の6ヶ所から，

N3個を入れる場所の選び方は　${}_6C_3 = 20$ 通り

よって，①の総数は　$120 \times 20 = 2400$ 通り

したがって，求める場合の数は，（2）の結果を用いて

$12600 - 2400 = 10200$ 通り

5　【10点】

Aの得票率を p とする。

Aの方が得票率が高ければ $p > 0.5$ であるから，帰無仮説として $p = 0.5$ を立てる。

この仮説が正しいとすると，400人のうちAに投票する人の人数 X は，

二項分布 $B(400,\ 0.5)$ に従う。X の期待値を m，標準偏差を σ とすると，

$$m = 400 \times 0.5 = 200, \qquad \sigma = \sqrt{400 \times 0.5 \times (1 - 0.5)} = 10$$

よって，$Z = \dfrac{X - 200}{10}$ は近似的に標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

正規分布表より $P(0 \leqq Z \leqq 1.64) \fallingdotseq 0.45$ であるから，有意水準5%の棄却域は $Z \geqq 1.64$

$X = 216$ のとき $Z = \dfrac{216 - 200}{10} = 1.6$ であり，この値は棄却域に入らないから，

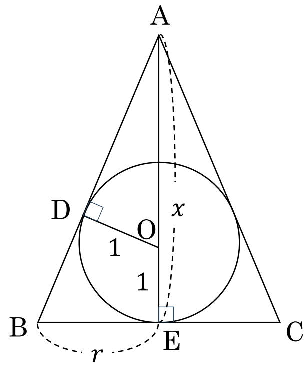
仮説を棄却できない。よって，Aの方が得票率が高いとは判断できない。

記号	数	番号	

検査Ⅳ　**数学解答例**

6　【（1）7点（2）8点　計15点】

（1）球の中心をOとし，直円錐をその頂点と底面の円の中心を通る平面で切り取ったとき，切り口の三角形ABC，および円と△ABCとの接点D，Eを右図のように定める。



直円錐の高さは，球の直径より大きいので，$x > 2$ である。

△AODにおいて，$\angle \mathrm{ADO} = 90°$だから

$$\mathrm{AD} = \sqrt{\mathrm{OA}^2 - \mathrm{OD}^2} = \sqrt{(x-1)^2 - 1^2} = \sqrt{x^2 - 2x}$$

△ABE∽△AODであるから，BE : OD = AE : AD

すなわち　$r : 1 = x : \sqrt{x^2 - 2x}$

$x > 2$ であるから　$r = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 - 2x}}$

（2）直円錐の体積をVとすると，（1）の結果を用いて

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot x = \frac{1}{3} \cdot \pi \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 - 2x}} \right)^2 \cdot x = \frac{\pi x^2}{3(x-2)}$$

$$\frac{dV}{dx} = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{2x \cdot (x-2) - x^2 \cdot 1}{(x-2)^2} = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{x(x-4)}{(x-2)^2}$$

$\dfrac{dV}{dx} = 0$ とすると，$x > 2$ であるから　$x = 4$

x	2	$\cdots$	4	$\cdots$
$\dfrac{dV}{dx}$		$-$	0	$+$
V		↘	極小	↗

増減表より，　$x = 4$ のとき，V は最小となる。

このとき，（1）から $r = \sqrt{2}$ である。

よって，求める直円錐の底面の半径は$\sqrt{2}$

記号	数	番号	

検査Ⅳ　**数学解答例**

7　【（1）６点（2）10 点　計 16 点】

（1）$\dfrac{dx}{dt} = -2\sin t + 2\sin 2t$

$\dfrac{dy}{dt} = 2\cos t - 2\cos 2t$

（2）$\left(\dfrac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\dfrac{dy}{dt}\right)^2 = 4\left(\sin^2 t - 2\sin t\sin 2t + \sin^2 2t\right) + 4(\cos^2 t - 2\cos t\cos 2t + \cos^2 2t)$

$= 4\{2 - 2(\cos t\cos 2t + \sin t\sin 2t)\}$

$= 8(1 - \cos t)$

$= 16\sin^2\dfrac{t}{2}$

$0 \leqq t \leqq \pi$ より，$0 \leqq \dfrac{t}{2} \leqq \dfrac{\pi}{2}$ であるから　$\sin\dfrac{t}{2} \geqq 0$

$$\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} = \sqrt{16\sin^2\frac{t}{2}} = 4\sin\frac{t}{2}$$

よって，Cの長さは

$$\int_0^\pi \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt = \int_0^\pi 4\sin\frac{t}{2}\,dt = 4\left[-2\cos\frac{t}{2}\right]_0^\pi = 8$$