

令和5年度 公立高等学校入学者選抜

学力検査問題

数 学

注 意

- 1 検査係員の指示があるまで、問題冊子と解答用紙に手をふれてはいけません。
- 2 問題は【問 1】から【問 4】まであり、問題冊子の2～9ページに印刷されています。10ページ以降に問題はありません。
- 3 問題冊子とは別に、解答用紙があります。解答は、すべて解答用紙の の中にかき入れなさい。
- 4 分数で答えるときは、指示のない限り、それ以上約分できない分数で答えなさい。また、解答に $\sqrt{\quad}$ を含む場合は、 $\sqrt{\quad}$ の中を最も小さい自然数にして答えなさい。
- 5 計算をしたり、図をかいたりすることが必要なときは、問題冊子のあいているところを使いなさい。

【問 1】 各問いに答えなさい。

(1) $-3 + 4$ を計算しなさい。

(2) n を負の整数としたとき、計算結果がいつでも正の整数になる式を、次のア～エから1つ選び、記号を書きなさい。

[ア $5 + n$ イ $5 - n$ ウ $5 \times n$ エ $5 \div n$]

(3) $\frac{3x - 5y}{2} - \frac{2x - y}{4}$ を計算しなさい。

(4) $(x - 3)^2 + 2(x - 3) - 15$ を因数分解しなさい。

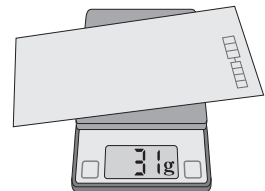
(5) 二次方程式 $x^2 + 2x - 1 = 0$ を解きなさい。

(6) 12 m のロープを x 等分したときの、1 本分のロープの長さを y m とする。 x と y の関係についていえることを、次のア～エから2つ選び、記号を書きなさい。

[ア x の値が2倍、3倍、4倍、……になると、 y の値も2倍、3倍、4倍、……になる。
イ x の値が2倍、3倍、4倍、……になると、 y の値は $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍、 $\frac{1}{4}$ 倍、……になる。
ウ 対応する x と y の値の積 xy は一定である。
エ 対応する x と y の値の商 $\frac{y}{x}$ は一定である。]

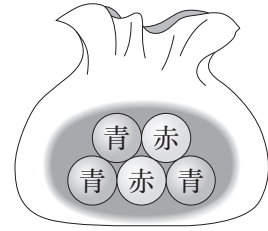
(7) ある郵便物の重さをデジタルはかりで調べたところ、31 g と表示された。

この数値は小数第1位を四捨五入して得られた値である。この郵便物の重さの真の値を a g としたとき、 a の範囲を不等号を使って表したものと正しいものを、次のア～エから1つ選び、記号を書きなさい。



[ア $30.5 < a < 31.5$ イ $30.5 \leq a \leq 31.5$]
[ウ $30.5 \leq a < 31.5$ エ $30.5 < a \leq 31.5$]

- (8) 赤玉2個、青玉3個が入っている袋がある。この袋から、玉を1個取り出し、それを袋に戻さないで、続けて玉を1個取り出す。このとき、取り出した2個の玉の色が異なる確率を求めなさい。ただし、どの玉が取り出されることも同様に確からしいものとする。



- (9) ノートには、ある連立方程式とその解が書かれていたが、一部が消えてしまった。消えてしまった二元一次方程式はどれか、次のア～エから1つ選び、記号を書きなさい。

$$\left[\begin{array}{ll} \text{ア} & x - y = -1 \\ \text{イ} & 3x - 2y = 10 \\ \text{ウ} & x + 4y = 10 \\ \text{エ} & x - 3y = 11 \end{array} \right]$$

[ノート]

連立方程式

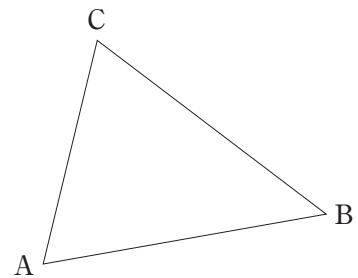
$$\begin{cases} x + y = -1 \\ \text{~~~~~} \\ \text{~~~~~} \end{cases}$$

その解

$$x = 2, y = \text{~~~~~}$$

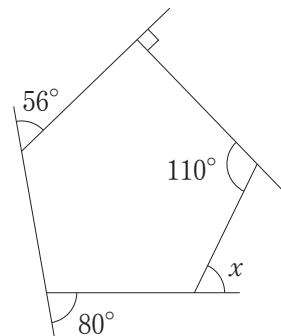
- (10) 図1のように、△ABCがある。辺BC上に、 $BC \perp AP$ となる点Pを、定規とコンパスを使って作図しなさい。ただし、点Pを表す文字Pも書き、作図に用いた線は消さないこと。

図1



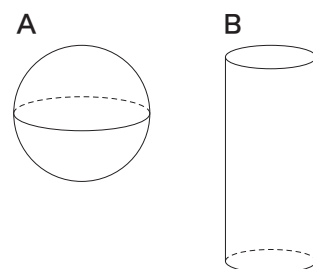
- (11) 図2において、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

図2



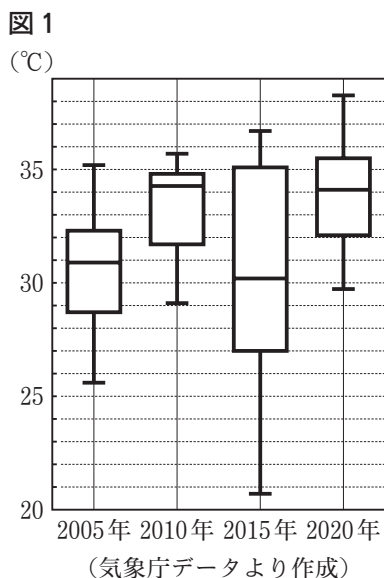
- (12) 図3は、半径が3 cmの球Aと底面の半径が2 cmの円柱Bである。AとBの体積が等しいとき、Bの高さを求めなさい。

図3

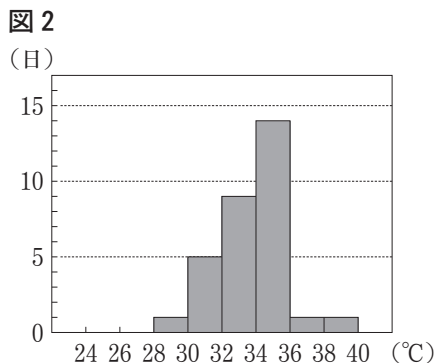


【問 2】 各問いに答えなさい。

I 守さんは、A市について2005年、2010年、2015年、2020年の8月の日最高気温(その日の最も高い気温)を調べ、どのような傾向にあるか考えるため、図1の箱ひげ図に表した。



(1) 図2は、図1のいずれかの年の箱ひげ図をつくる際にもとにしたデータを、ヒストグラムに表したものである。図2は、何年のヒストグラムか書きなさい。



(2) 図1から読みとれることとして、次の①、②は、「正しい」、「正しくない」、「図1からはわからない」のどれか、最も適切なものを、下のア～ウから1つずつ選び、記号を書きなさい。

- ① 2020年は、8月の日最高気温の散らばりが、4つの箱ひげ図の中で2番目に小さい。
 ② 2005年は、8月の日最高気温が35°Cを超えた日は1日しかない。

[ア 正しい イ 正しくない ウ 図1からはわからない]

(3) 図1で、2010年と2015年の8月の日最高気温の分布を比較して次のようにまとめた。 , に当てはまる最も適切なものを、下のア～エから1つずつ選び、記号を書きなさい。ただし、 , には異なる記号が入る。

最大値を比べると、2015年は2010年よりも高いことがわかる。しかし、2015年は、全体の 以上の日が30°Cを超えていたが、2010年は、全体の 以上の日が34°Cを超えていた。また、2010年の最小値は約29°Cであるが、2015年は、全体の約 の日が27°C以下であり、2015年は2010年と比べて、日最高気温の低い日が多かったことがわかる。

[ア 25% イ 50% ウ 75% エ 100%]

II 春さんは、自然数のある規則に従って並べ、表にまとめた。図3はその一部である。春さんは咲さんに、表を用いて、次のような数あてマジックを行った。

図3

	1列目	2列目	3列目	4列目	5列目	...
1行目	1	2	3	4	5	...
2行目	2	4	6	8	10	...
3行目	3	6	9	12	15	...
4行目	4	8	12	16	20	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

春：表の中から1つ数を選んでください。その数は表の何行目にありますか？

咲：3行目だよ。

春：選んだ数とその右隣の数、さらにその右隣の数の3つの数をたすといくつになりますか？

咲：27だよ。

春：最初に選んだ数は・・・，表の3行目の2列目にある6ですね。

咲：あたり！どうしてわかったの？

- (1) 春さんは、数あてマジックの仕組みとその説明を咲さんに示すため、ノート1にまとめた。
 に途中の過程を書き、正しい説明を完成させなさい。

〔ノート1〕

〔数あてマジックの仕組み〕

最初に選んだ数を a 、 a の右隣の数を b 、 b の右隣の数を c とする。

- ① 3つの数 a 、 b 、 c の和を3でわると b がわかる。
- ② a が m 行目の数であるとき、 b から m をひくと、最初に選んだ数 a がわかる。

数あてマジックの仕組みの①について、図4のように、 a を m 行目、 n 列目の数とし、
 $a + b + c$ と $3b$ が等しくなることを、 m 、 n を用いて説明する。

$a = mn$ 、 $b = m(n + 1)$ 、 $c = m(n + 2)$ と表されるから、

図4

	...	n	$n+1$	$n+2$...
⋮		⋮	⋮	⋮	
m	...	a	b	c	...
⋮		⋮	⋮	⋮	

$$\begin{array}{l}
 a + b + c \\
 = \\
 \hline
 \end{array}$$

したがって、 $a + b + c = 3b$ が成り立つ。

数あてマジックの仕組みの②について、 b から m をひくと、

$b - m = m(n + 1) - m = mn + m - m = mn$ である。 $a = mn$ より、 $b - m = a$ である。

- (2) 春さんは、表において、横に連続して並ぶ5つの数についても、同じような関係が成り立つことに気づき、ノート2にまとめた。ノート2が正しくなるように、う、お には当てはまる適切な数を、え には a 、 b 、 c 、 d 、 e のいずれかの文字1つを、それぞれ書きなさい。

〔ノート2〕 最初に選んだ数を a 、 a の右隣の数を b 、 b の右隣の数を c 、 c の右隣の数を d 、 d の右隣の数を e とする。5つの数 a 、 b 、 c 、 d 、 e の和を う でわると え がわかる。表の11行目にある数のうち、横に連続して並ぶ5つの数の和が605である。このとき、最初に選んだ数 a は お である。

【問 3】 各問いに答えなさい。

I 秋さんの家には、水の放出量が異なる2つの加湿器A、Bがある。A、Bにはともに「強」「弱」の2つの設定があり、各設定の1時間あたりの水の放出量は表のとおりである。ただし、A、Bのどの設定もそれぞれ一定の割合で水を放出し、放出された水の量だけ水タンクから水が減るものとする。

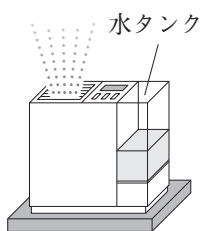
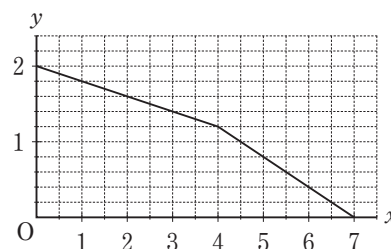


表 各設定の1時間あたりの水の放出量

	設 定	
	強	弱
A	0.4 L	<input type="text" value="あ"/> L
B	0.8 L	0.3 L

(1) 秋さんは、まずAを使ってみた。水タンクに2Lの水を入れた状態から「弱」の設定で運転し、4時間後に「強」の設定に切り替えたところ、運転開始からちょうど7時間後に水タンクの水がなくなった。図1は、運転開始からx時間後の水タンクの水の量をyLとして、xとyの関係を表したグラフである。

図1



① 表の に当てはまる適切な数を求めなさい。

② xの変域が $4 \leq x \leq 7$ のとき、xとyの関係を式に表しなさい。

(2) 秋さんは、次にBを使った。Bには、室内が一定の湿度に達すると「強」から「弱」の設定に自動で切り替わる機能がある。水タンクに3Lの水を入れた状態から「強」の設定で運転し、途中で「弱」の設定に自動で切り替わり、そのまま「弱」の設定で運転を続けたところ、運転開始からちょうど8時間後に水タンクの水がなくなった。秋さんは、Bの運転開始からの時間と水タンクの水の量について、次のようにまとめた。

〔秋さんがまとめたこと〕

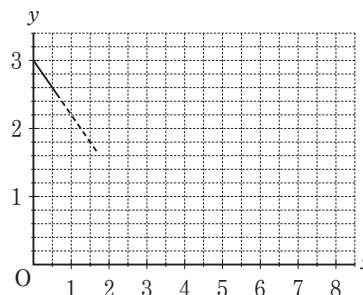
Bの運転開始からx時間後の水タンクの水の量をyLとして、図2に水の量の変化をかき入れる。

まず、y軸上の点(0, 3)を通り、傾き -0.8 の直線をひく。

次に、 の直線をひく。

このとき、この2本の直線の の 座標は、「強」から「弱」の設定に切り替わった時間を表している。

図2

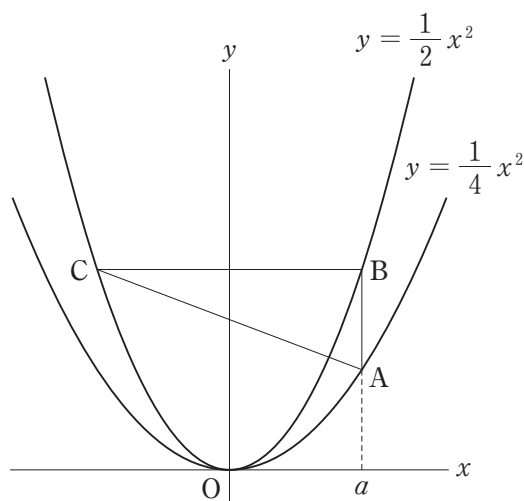


① 秋さんがまとめたことが正しくなるように、 に当てはまる適切な言葉を、秋さんがまとめたことの下線部のように座標と傾きを具体的に示して書きなさい。また、 には当てはまる適切な語句を、 には当てはまる適切な文字を、それぞれ書きなさい。

② Bの設定が「強」から「弱」に切り替わったのは、運転開始から何時間何分後か、求めなさい。

II 図3は、関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に、 x 座標が正の数 a である点 A をとり、関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に、点 A と x 座標が等しい点 B と、点 B と y 軸について対称な点 C をとり、 $\triangle ABC$ をつくったものである。

図3

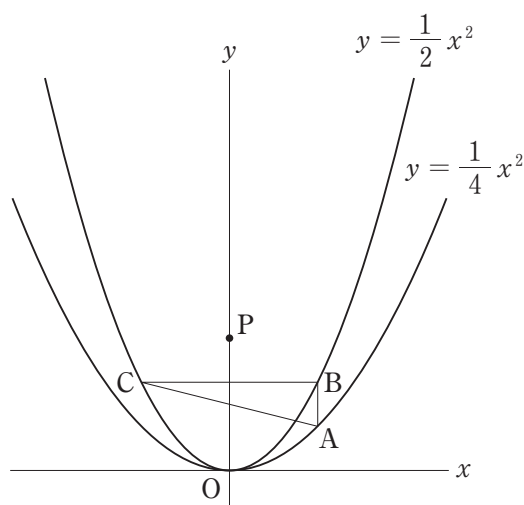


(1) $a = 4$ のとき、 AB の長さを求めなさい。

(2) AB と BC の長さが等しくなるとき、 a の値を求めなさい。

(3) 図4は、図3において $a = 2$ とし、 y 軸上に、 y 座標が2より大きい点 P をとったものである。

図4



① $\triangle BCP$ の面積が、 $\triangle ABC$ の面積と等しくなるとき、点 P の座標を求めなさい。

② $\triangle ACP$ の面積が、 $\triangle ABC$ の面積と等しくなるとき、点 P の座標を求めなさい。

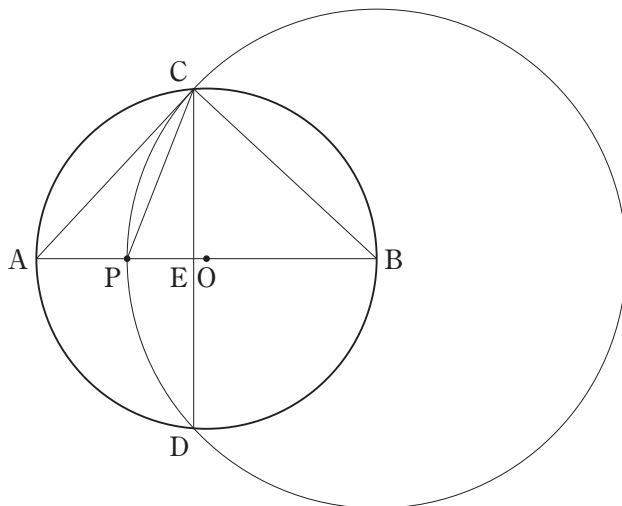
【問 4】 各問いに答えなさい。

点を動かしたり，図形の大きさを変えたりすることができる数学の作図ソフトがある。桜さんは，その作図ソフトを使って，次の作図の手順に従って図1をかき，点Pを線分AB上で，点Aから点Bの向きに動かしたときの図形を観察した。

〔作図の手順〕

- ① 長さが6 cmの線分ABを直径とする円Oをかく。
- ② 線分AB上に点Pをとる。ただし，点Pは点A，Bと重ならないものとする。
- ③ 点Bを中心として，線分BPを半径とする円Bをかく。
- ④ 円Oと円Bの交点をそれぞれC，Dとする。
- ⑤ 点Cと点Dを結び，線分ABと線分CDの交点をEとする。
- ⑥ 点Cと3点A，P，Bをそれぞれ結ぶ。

図1



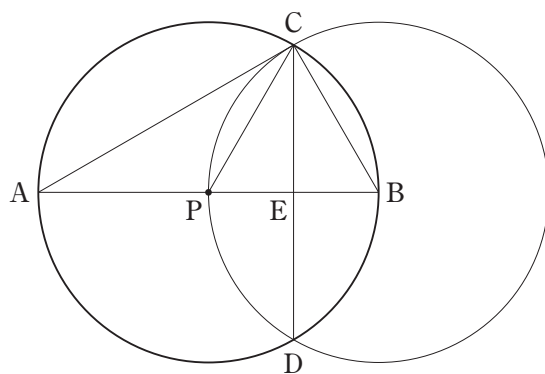
なお，「点Pを線分AB上のどこにとっても，線分ABと線分CDは垂直に交わる。」

このことは，(1)~(4)の解答において，証明せずに用いてよい。

(1) 図1において，点Pを， $AP = 2$ cmの位置にとったとき，BCの長さを求めなさい。

(2) 図2は，図1において，点Pを円Oの中心と重なるように動かしたものである。ただし，円Oの中心を表す文字Oを省いて表している。

図2

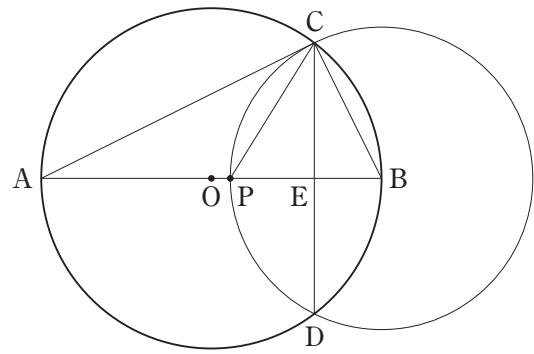


- ① $\angle ACP$ の大きさを求めなさい。
- ② CDの長さを求めなさい。

- (3) 桜さんは、作図ソフトで何度も点Pを線分AB上で動かしているうちに、次の2つのことが成り立つのではないかと予想を立てた。

〔予想〕
 点Pを線分AB上のどこにとっても、
 ① $\triangle ABC$ と $\triangle CBE$ は相似である。
 ② 線分CPは $\angle ACE$ を二等分する。

図3



桜さんの予想は、図3を用いて、次のようにそれぞれ証明することができる。

〔予想①の証明〕
 $\triangle ABC$ と $\triangle CBE$ で、
 あ だから、 $\angle ACB = 90^\circ$
 $AB \perp CD$ だから、 $\angle CEB = 90^\circ$
 よって、 $\angle ACB = \angle CEB$ ……①

い

〔予想②の証明〕
 あ だから、 $\angle ACB = 90^\circ$
 $\angle ACB = \angle ACP + \angle PCB$ より
 $\angle ACP = 90^\circ - \angle PCB$ ……①
 $AB \perp CD$ だから、 $\triangle CPE$ は
 $\angle CEP = 90^\circ$ の直角三角形であり、
 $\angle PCE = 90^\circ - \angle CPE$ ……②

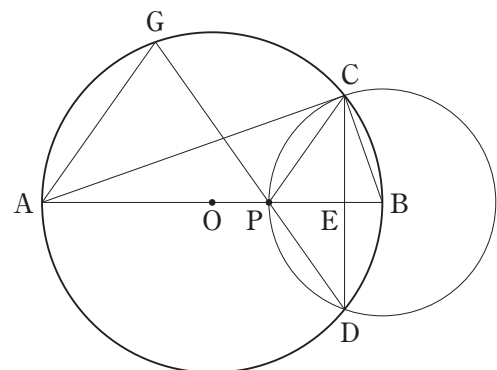
う

よって、 $\angle PCB = \angle$ え ……③
 ①, ②, ③より、 $\angle ACP = \angle PCE$
 したがって、線分CPは $\angle ACE$ を二等分する。

- ① あ に当てはまる、 $\angle ACB = 90^\circ$ の根拠となることがらを書きなさい。ただし、予想①の証明の あ と予想②の証明の あ には共通なことがらが入る。
- ② い に証明の続きを書き、予想①の証明を完成させなさい。
- ③ 予想②の証明において、 う には③の根拠となることがらを、 え には最も適切な角を記号を用いて、それぞれ書きなさい。

- (4) 図4は、点Pを、 $AP = 4$ cm の位置まで動かしたものである。このとき、線分DPを延長した直線と円Oの交点をGとし、点Aと点Gを結ぶ。

図4



- ① $\triangle CEP$ の面積を求めなさい。
- ② $\triangle BCP$ と $\triangle GAP$ の面積の比を求め、最も簡単な整数の比で表しなさい。

これより先に問題はありません。

下書きなどが必要なときには，自由に使ってかまいません。

