平成29年度

学力検査問題

数　　学

注　　意

1　検査係員の指示があるまで，問題冊子と解答用紙に手をふれてはいけません。

2　問題は**【問 1】**から**【問 4】**まであり，問題冊子の 2 ～ 9 ページに印刷されています。10 ページ以降に問題はありません。

3　問題冊子とは別に，解答用紙があります。**答えは，すべて解答用紙の $\boxed{}$ の中にかき入れなさい。**

4　分数で答えるときは，それ以上約分できない分数で答えなさい。また，答えに $\sqrt{}$ を含む場合は，$\sqrt{}$ の中を最も小さい自然数にして答えなさい。

5　計算をしたり，図をかいたりすることが必要なときは，問題冊子のあいているところを使いなさい。

【問 1】 各問いに答えなさい。

(1) 次の計算をしなさい。

① $-5+2$

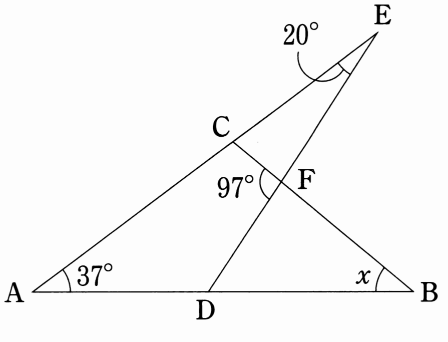
② $2^3 \times \left(-\frac{3}{4}\right)$

③ $\sqrt{12}+\sqrt{48}-\sqrt{3}$

④ $\frac{5x+y}{4}-\frac{x-2y}{2}$

(2) **図 1** のように，$\angle A = 37°$，$\angle E = 20°$，$\angle CFD = 97°$ の図形がある。$\angle x$ の大きさを求めなさい。

図 1



(3) 二次方程式 $x(x+5)-2=0$ を解きなさい。

(4) 2つのさいころを同時に投げるとき，次の**ア**～**エ**から最も起こりやすいことがらを1つ選び，記号を書きなさい。ただし，さいころの目の出方は同様に確からしいものとする。

ア 2つとも奇数の目が出る。
イ 出る目の数の和が8になる。
ウ 出る目の数の積が6になる。
エ 同じ目が出る。

(5) 等式 $m=\dfrac{-2a+b}{3}$ を a について次のように解いた。

$$
\begin{aligned}
m &= \frac{-2a+b}{3} &&\cdots\cdots❶\\
3m &= -2a+b &&\cdots\cdots❷\\
2a+3m &= b &&\cdots\cdots❸\\
2a &= b+3m &&\cdots\cdots❹\\
a &= \frac{b+3m}{2} &&\cdots\cdots❺
\end{aligned}
$$

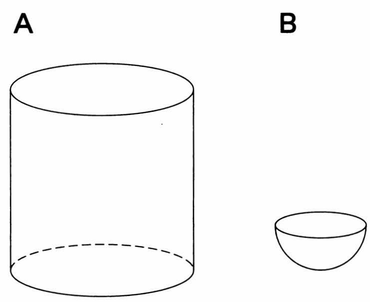
上の解き方には，等式の性質にもとづいて**正しく変形されていない**式の変形がある。その式の変形を，次の**ア**～**エ**から１つ選び，記号を書きなさい。また，a について正しく解きなさい。

ア　式❶から式❷への変形　　**イ**　式❷から式❸への変形
ウ　式❸から式❹への変形　　**エ**　式❹から式❺への変形

(6) **図２**のように，円柱の形をした容器**A**と半球の形をした容器**B**がある。**A**は，底面の直径と高さが等しい。また，**A**の底面の半径は，**B**の半径の２倍である。

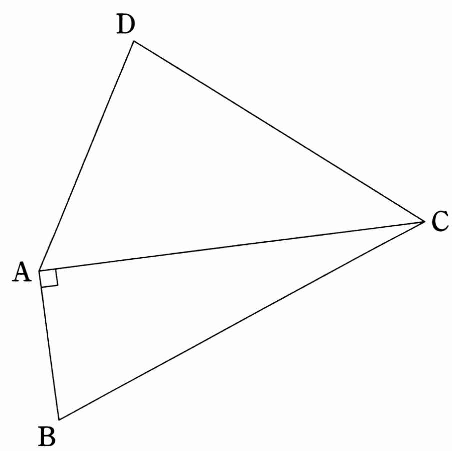
Bに水をいっぱいに入れて，**A**に移しかえる。何杯で**A**をいっぱいにすることができるか，求めなさい。ただし，容器の厚さは考えないものとする。

図２



(7) **図３**のように，四角形 ABCD があり，対角線 AC をひく。∠BAC ＝ 90° とする。辺 CD 上に，∠ACB ＝ ∠APB となる点 P を，定規とコンパスを使って作図しなさい。ただし，点 P は点 C とは異なる点とする。また，点 P を表す文字 P も書き，作図に用いた線は消さないこと。

図３



【問 2】 各問いに答えなさい。

(1) **表 1** は，まゆさんが通う学校の女子 200 人のハンドボール投げの記録を度数分布表に整理したものである。記録はすべて整数値であり，まゆさんの記録は 15 m である。**表 2** は，記録をもとに，平均値，中央値，最頻値をまとめたものである。

① **表 1** から，まゆさんの記録が含まれる階級の相対度数を求めなさい。

② まゆさんの記録は，投げた記録の大きい方から 100 番以内に入っているか。次の**ア**，**イ**から正しいものを 1 つ選び，それが正しいことの理由を，まゆさんの記録と**表 2** からわかることを比較して説明しなさい。

ア 100 番以内に入っている
イ 100 番以内に入っていない

表 1

階級(m)	度数(人)
以上 未満 2 ～ 5	8
5 ～ 8	27
8 ～ 11	18
11 ～ 14	21
14 ～ 17	30
17 ～ 20	62
20 ～ 23	25
23 ～ 26	7
26 ～ 29	2
計	200

表 2

平均値(m)	14.6
中央値(m)	16
最頻値(m)	17

(2) ペットボトルのリサイクルについて，次のような**資料**が得られた。

〔**資料**〕
ある国では，2013 年は 2010 年に比べて，ペットボトルの販売量は 4 万トン増え，リサイクル量は 7 万トン増えた。リサイクル率は，2010 年が 85 %，2013 年が 90 % であった。ただし，$(\text{リサイクル率}) = \dfrac{(\text{リサイクル量})}{(\text{販売量})}$ である。

この**資料**をもとに，ある数量を x 万トン，y 万トンとして，次のような連立方程式をつくった。

$$\begin{cases} x + 4 = y \\ 0.85x + 7 = 0.9y \end{cases}$$

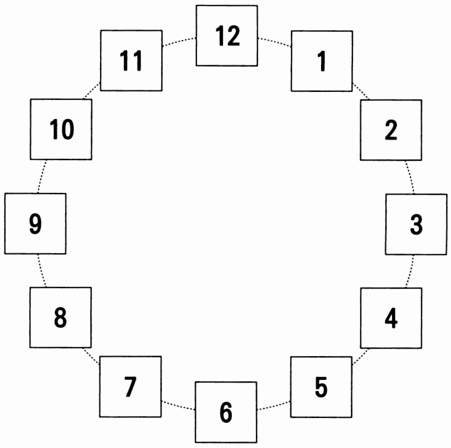
① 方程式 $0.85x + 7 = 0.9y$ は，2010 年と 2013 年の $\boxed{\text{あ}}$ の関係を表したものである。$\boxed{\text{あ}}$ に当てはまる言葉を書きなさい。

② 2013 年のペットボトルの販売量は何万トンか，求めなさい。

(3) **図**のように，**1** から **12** までの数が書かれたカードが並んでいる。駒を，あるカードの上に置き，**駒の進め方**のようにカードの上を進めていく。

〔駒の進め方〕
駒を置いたカードに書かれた数だけ，
時計回りに進める。

図



例えば，**表 3** のように，1 回目に **7** のカードの上に駒を置いた場合，2 回目は，7 つ進めて，**2** のカードの上に駒を置く。3 回目は，2 つ進めて，**4** のカードの上に駒を置く。

表 3

回数	1 回目	→	2 回目	→	3 回目	→	…
カードの数	**7**	→	**2**	→	**4**	→	…

① 1 回目に **1**，**10** のカードの上に駒を置く。**1**，**10** のどちらの場合にも，3 回目以降は，駒を置くカードの数に共通するきまりがあらわれる。そのきまりを書きなさい。

② 10 回目に駒を置くカードの数が **12** になるのは，1 回目にどのカードの上に駒を置いたときか。そのカードの数をすべて求めなさい。

③ n を自然数とする。1 回目に **8** のカードの上に駒を置く。
(ア) $2n$ 回目に駒を置くカードの数を求めなさい。

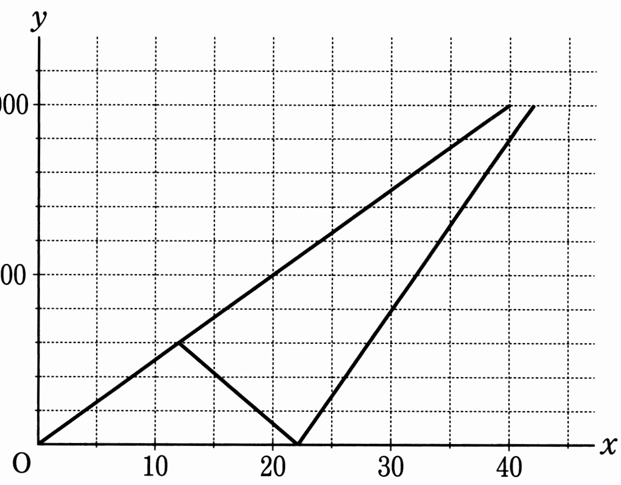
(イ) 1 回目から $2n$ 回目までに駒を置くカードの数の和を，n を用いた式で表しなさい。

【問 3】 各問いに答えなさい。

Ⅰ まりさんと妹は，自宅からの道のりが2000 m であるおじさんの家に向かって同時に出発し，分速 50 m で進んだ。まりさんは，12 分後に忘れ物に気づいてすぐに，同じ道を分速 60 m で自宅まで戻り，妹は，そのまま進んでおじさんの家に着いた。まりさんは，自宅に戻ってすぐに，忘れ物を持って同じ道を分速100 m で追いかけ，おじさんの家に着いた。

図 1 は，まりさんと妹が自宅を出発してから x 分後の，自宅からの道のりを y m として，2 人の進むようすを表したグラフである。

図 1



(1) まりさんが忘れ物に気づいてから自宅に戻るまでの，まりさんの x と y の関係について考える。

① x の変域は $12 \leqq x \leqq$ $\boxed{あ}$ である。$\boxed{あ}$ に当てはまる数を書きなさい。

② まりさんの x と y の関係を式に表しなさい。

(2) まりさんと妹のどちらが先におじさんの家に着いたかは，おじさんの家に着くまでにかかったそれぞれの時間を計算しなくても，**図 1** のグラフから判断することができる。その方法を説明しなさい。ただし，実際に時間を求める必要はない。

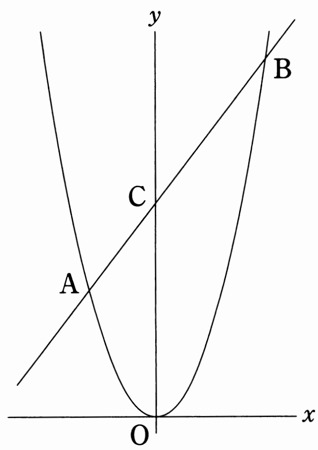
(3) 妹がおじさんの家に着くときに，まりさんも同時に着く方法を考える。ただし，まりさんが忘れ物に気づくまでの，まりさんと妹の進むようすは変えないものとする。

① まりさんが忘れ物を持って追いかける速さを変えれば，忘れ物に気づいてから自宅に戻るまでの速さを変えずに，おじさんの家に同時に着くことができる。このときの，まりさんが忘れ物を持ってから一定の速さで進みおじさんの家に着くまでの，まりさんの x と y の関係をグラフに表しなさい。

② まりさんが忘れ物に気づいてから自宅に戻るまでの速さを変えれば，忘れ物を持って追いかける速さを変えずに，おじさんの家に同時に着くことができる。まりさんは，忘れ物に気づいてから分速何 m で自宅に戻ればよいか，求めなさい。

Ⅱ　**図2**のように，関数 $y=x^2$ と関数 $y=2x+15$ のグラフがある。2つのグラフは2点A，Bで交わり，点A，Bの x 座標は，それぞれ，-3，5である。関数 $y=2x+15$ のグラフと y 軸の交点をCとする。

図2



(1)　関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 5$ のときの y の変域を求めなさい。

(2)　△OBCの面積を求めたい。△OBCの底辺をOCとするとき，高さを表す値を，次の**ア**～**エ**から1つ選び，記号を書きなさい。

ア	点Bの x 座標	**イ**	点Bの y 座標
ウ	点Cの x 座標	**エ**	点Cの y 座標

(3)　関数 $y=x^2$ のグラフ上に点Pを，△APBの面積が48になるようにとりたい。ただし，点Pの x 座標は $0<x<5$ とする。点Pの座標を，**図3**を使って次のように求めた。

〔**解答**〕

図3のように，放物線上の点Pを通り y 軸に平行な直線と線分ABとの交点をQとし，点Pの x 座標を t とすると，

P(t,　$\boxed{\text{い}}$)，Q(t,　$\boxed{\text{う}}$)

線分PQを底辺としたときの△APQの高さを h，△BPQの高さを h' とする。

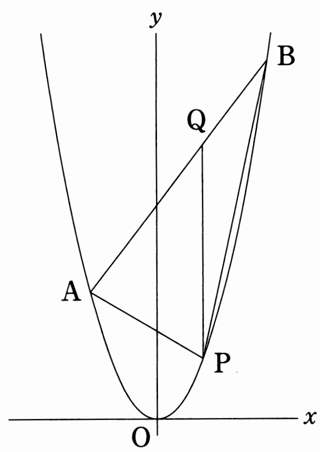
△APB＝△APQ＋△BPQだから，△APBの面積は，

$$\frac{1}{2}\times \mathrm{PQ}\times h+\frac{1}{2}\times \mathrm{PQ}\times h'$$
$$=\frac{1}{2}\times \mathrm{PQ}\times (h+h')$$

ここで，$h+h'=\boxed{\text{え}}$ より，

$\boxed{\quad\text{お}\quad}$

図3



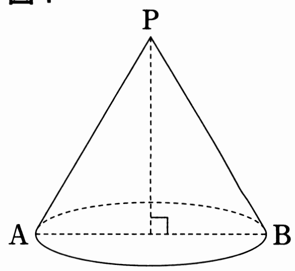
①　$\boxed{\text{い}}$，$\boxed{\text{う}}$ に当てはまる式を t を用いて書きなさい。また，$\boxed{\text{え}}$ に当てはまる数を書きなさい。

②　$\boxed{\text{お}}$ に，t についての方程式と途中の過程を書き，点Pの座標を求め，**解答**を完成させなさい。

【問 4】 各問いに答えなさい。

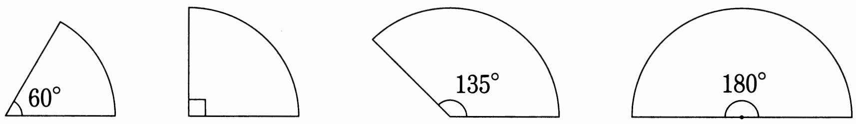
Ⅰ **図1**のように，底面の直径 AB と母線の長さ PA について AB ＝ PA ＝ 4 cm の円錐がある。

図1



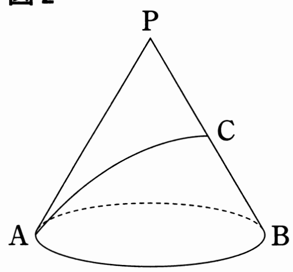
(1) この円錐の側面の展開図はおうぎ形になる。その展開図として正しいものを，次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号を書きなさい。

ア　**イ**　**ウ**　**エ**



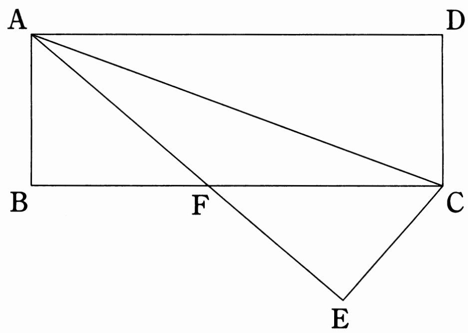
(2) 線分 PB の中点を C とする。**図2**のように，この円錐の表面に，点 A から点 C まで，ひもをゆるまないようにかける。ひもの長さが最も短くなるとき，その長さを求めなさい。

図2



Ⅱ **図3**は，辺 AB の長さが辺 BC の長さより短い長方形 ABCD を，対角線 AC を折り目として折り曲げたとき，頂点 D が移る点を E，BC と AE の交点を F としたものである。

図3



(1) りなさんとなおさんは，△FCA が二等辺三角形であることを，それぞれ次のように正しく証明した。

〔**りなさんの証明**〕

長方形 ABCD の対角線 AC を折り目としているから，∠FAC ＝ $\boxed{\text{あ}}$ …①

AD // BC で，錯角は等しいから，

∠FCA ＝ $\boxed{\text{あ}}$ …②

よって，①，②より，∠FAC ＝ ∠FCA

したがって，2 つの角が等しいので，

△FCA は二等辺三角形である。

〔**なおさんの証明**〕

$\boxed{\text{い}}$

合同な図形では，対応する辺は等しいので，

FA ＝ FC

したがって，2 つの辺が等しいので，

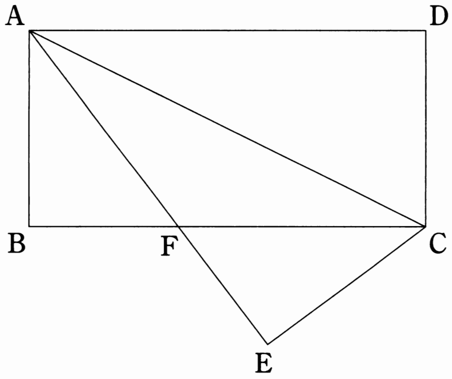
△FCA は二等辺三角形である。

① $\boxed{\text{あ}}$ に当てはまる最も適切な角を，記号を用いて書きなさい。

② $\boxed{\text{い}}$ に，△ABF ≡ △CEF であることを証明し，**なおさんの証明**を完成させなさい。

(2) **図 4** は，**図 3** の図形で AB = 4 cm，BF = 3 cm としたものとする。**図 5** は，**図 4** の図形で，点 B と点 E，点 D と点 E をそれぞれ結び，AC と DE の交点を P，BC と DE の交点を Q としたものとする。

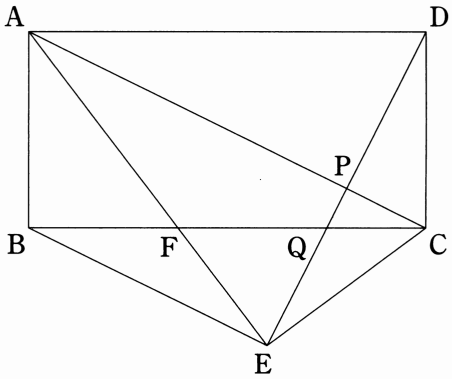
図 4



① **図 5** において，△FCA と相似な三角形を記号を用いて 2 つ書きなさい。

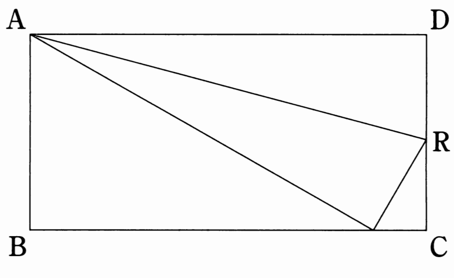
② **図 5** において，四角形 ABEP の面積を求めなさい。

図 5



(3) **図 6** は，**図 4** の長方形 ABCD を，辺 CD 上の点 R と頂点 A を結んだ線分 AR を折り目として，頂点 D が辺 BC 上にくるように折り曲げたものとする。このとき，CR の長さを求めなさい。

図 6



これより先に問題はありません。

下書きなどが必要なときに，自由に使いなさい。